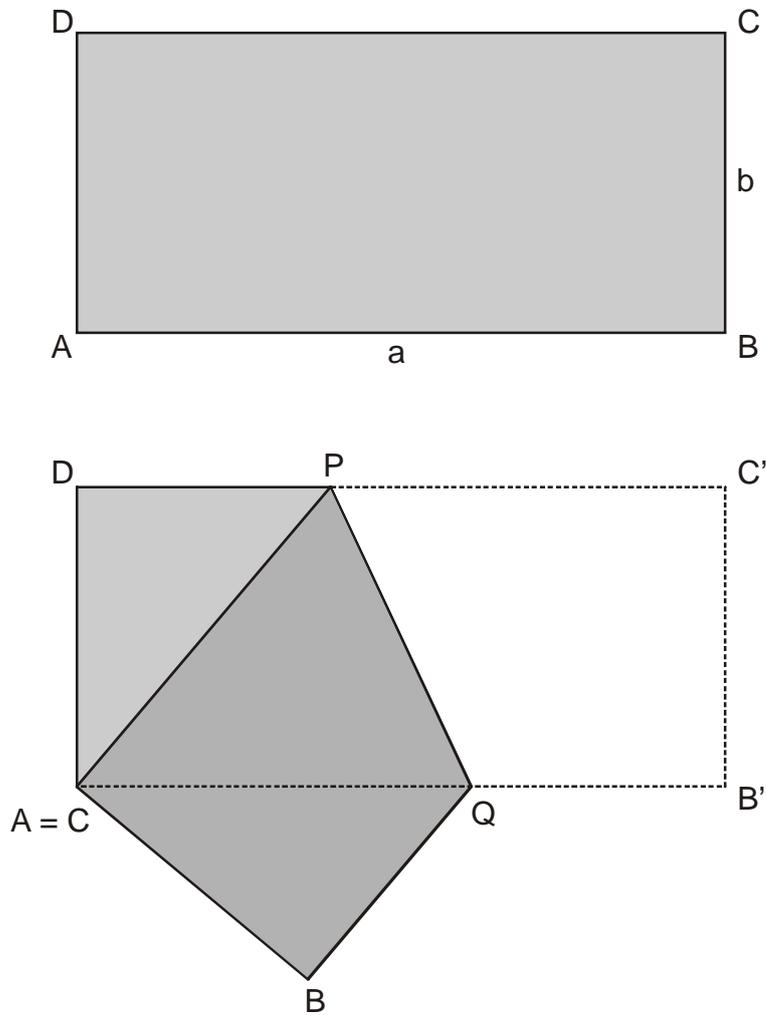


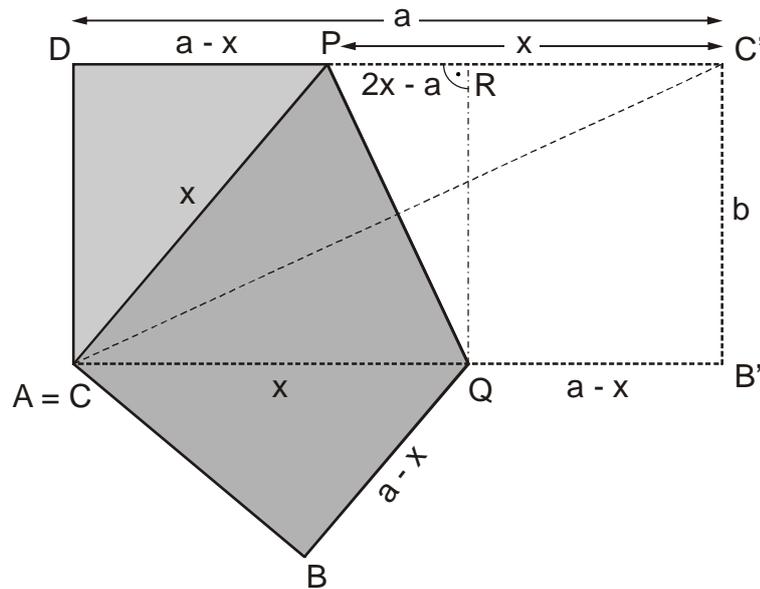
Ein Rechteck wird gefaltet

Ein Rechteck $ABCD$ mit der Länge a und der Breite b wird so gefaltet, dass die Ecke C auf der Ecke A zu liegen kommt.



Wie lang ist die Falllinie PQ ?

Lösung



Es gilt: $AP = PC' = AQ = x$
 $DP = QB' = a - x$

Für das Dreieck DAP gilt:

$$x^2 = b^2 + (a - x)^2$$

$$x^2 = b^2 + a^2 - 2ax + x^2$$

$$2ax = a^2 + b^2$$

$$x = \frac{a^2 + b^2}{2a}$$

Zur Berechnung von PQ betrachten wir das Dreieck PQR.

$$PR = x - (a - x) = x - a + x = 2x - a = \frac{a^2 + b^2}{a} - a = \frac{a^2 + b^2}{a} - \frac{a^2}{a} = \frac{b^2}{a}$$

Pythagoras: $PQ^2 = b^2 + PR^2 = b^2 + \frac{b^4}{a^2} = \frac{a^2 b^2}{a^2} + \frac{b^4}{a^2} = \frac{b^2(a^2 + b^2)}{a^2}$

Daraus folgt: $PQ = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 + b^2}$

Beispiele:

$a = b = 1 \rightarrow PQ = \sqrt{2}$

$a = 99, b = 1 \rightarrow PQ = 100$

$a = 4, b = 3 \rightarrow PQ = 3.75$

$a = 12, b = 5 \rightarrow PQ = 5.41\dots$