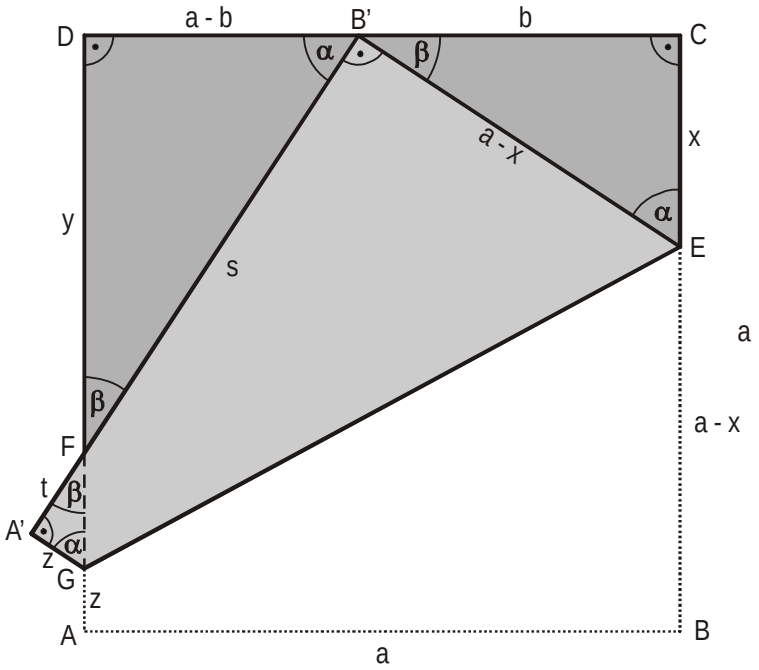
Ein quadratisches Stück Papier mit der Seite a wird gemäss Abbildung gefaltet

a und b wird als gegeben angenommen.

Die drei Dreiecke CB'E, DFB' und FA'G sind ähnlich.



Pythagoras CB'E:

$$(a - x)^2 = b^2 + x^2$$

$$\rightarrow \quad a^2 - 2ax + x^2 = b^2 + x^2$$

$$\rightarrow \quad a^2 - b^2 = 2ax$$

$$\rightarrow \quad x = \frac{a^2 - b^2}{2a}$$

Ähnlichkeit im Dreieck DFB' und CB'E:

(a – b) : y = x : b

$$\rightarrow \quad y = \frac{(a-b)\cdot b}{x} = \frac{(a-b)\cdot b}{\frac{a^2-b^2}{2a}} = \frac{(a-b)\cdot b\cdot 2a}{(a-b)(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

Ähnlichkeit im Dreieck DFB' und CB'E:

(a – b) : s = x : (a – x)

$$\rightarrow \quad s = \frac{(a-b)(a-x)}{x} = \frac{(a-b)\left(a-\frac{a^2-b^2}{2a}\right)}{\frac{a^2-b^2}{2a}} = \frac{\frac{(a-b)(2a^2-a^2+b^2)}{2a}}{\frac{a^2-b^2}{2a}} = \frac{(a-b)(2a^2-a^2+b^2)}{a^2-b^2} = \frac{a^2+b^2}{a+b}$$

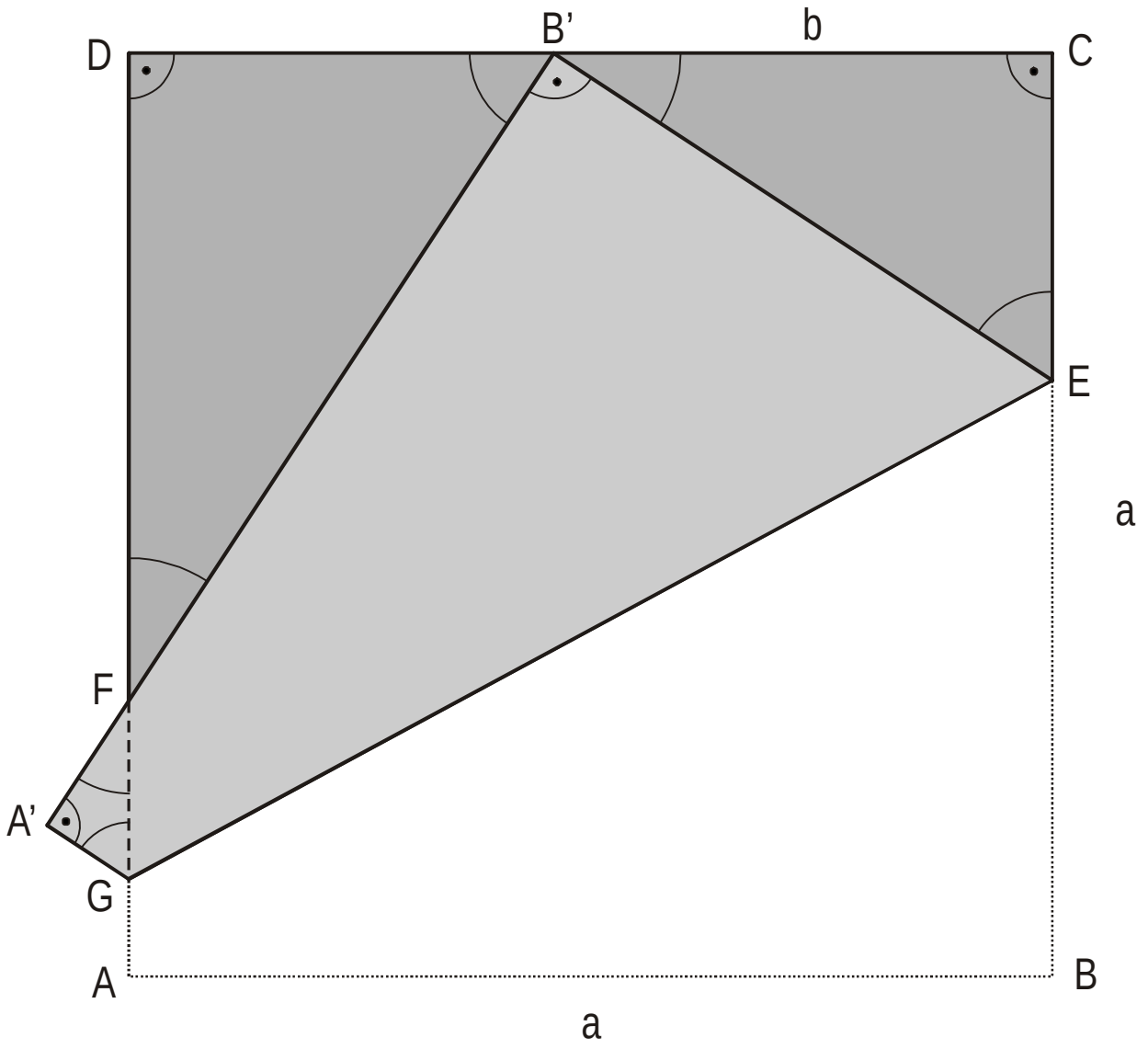
t = a – s

$$\rightarrow \quad t = a - \frac{a^2+b^2}{a+b} = \frac{a^2+ab-a^2-b^2}{a+b} = \frac{ab-b^2}{a+b} = \frac{b(a-b)}{a+b}$$

Ähnlichkeit im Dreieck FA'G und CB'E:

z : t = x : b

$$\rightarrow \quad z = \frac{t\cdot x}{b} = \frac{\frac{b(a-b)}{a+b}\cdot\frac{a^2-b^2}{2a}}{b} = \frac{b(a-b)^2}{2ab} = \frac{(a-b)^2}{2a}$$


D
B'
b
C
E
a
F
A'
G
A
B
a