

## Sprache und Mathematik

### 1. Begriffsbildung

Luisa ist 1 ½ Jahre alt und interessiert sich auffallend für **Hunde**, Wau-Wau's. Zunächst ist alles Wau-Wau, auch Katzen und Kühe. Nun muss Luisa aber lernen, was Wau-Wau ist und was nicht. Es braucht hier **Beispiele** und **Gegenbeispiele**. Ein Schäferhund ist ein Beispiel wie jeder andere Strassenkötter auch. Eine Katze ist ein Gegenbeispiel, eine Kuh ebenfalls.

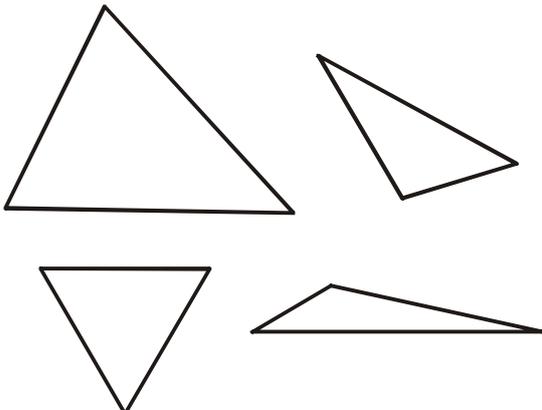
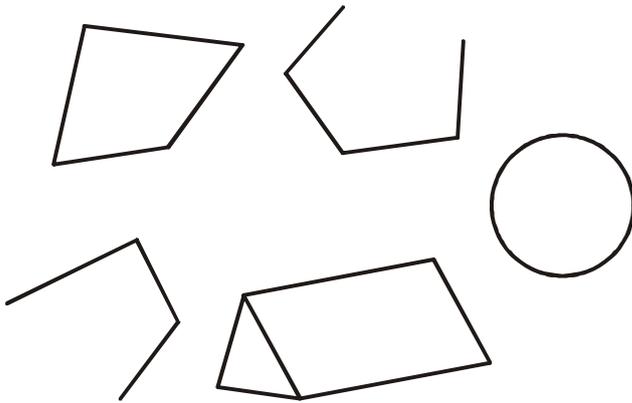
Interessant ist, dass Luisa Hunde am Fernsehen oder im Bilderbuch gleichfalls ohne Schwierigkeit als Wau-Wau's erkennt. Luisa ist ein sehr ängstliches Kind, sie fürchtet sich vor Hunden, noch mehr vor Pferden und Kühen. Sie fürchtet sich aber nicht vor Hunden und Pferden im Fernsehen und in Bilderbüchern.

Warum geht die Begriffsbildung bei Kindern relativ einfach vor sich. Nun ja, zum einen scheint uns genetisch vorgegeben zu sein, Gemeinsamkeiten bei unterschiedlicher Ausprägung der Merkmale zu erkennen. Zum anderen ist erforderlich, dass genügend Beispiele und auch genügend Gegenbeispiele vorhanden sind. Hunde sind überall zu sehen, Kühe auch (in Uri), Pferde weniger.

Ein Kind lernt den Begriff **Auto**. Autos stehen und fahren überall herum. Autos verschiedener Form und verschiedener Farbe. Es gibt auch Gegenbeispiele: Ein Ding mit zwei Rädern könnte ja auch ein Auto sein. Ist aber keines, ist ein Motorrad oder ein Fahrrad. Ein Auto im Fernsehen, in einem Bilderbuch oder ein Spielzeugauto wird als Auto erkannt.

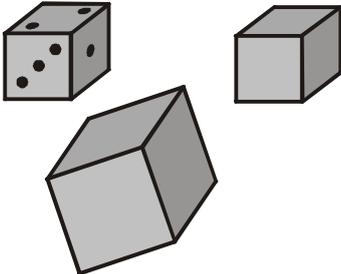
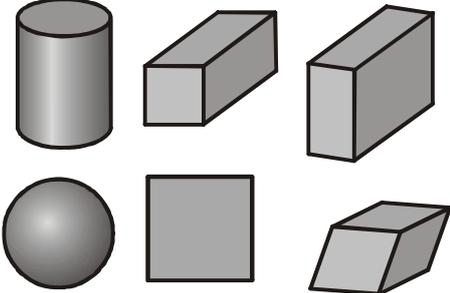
Bei der Bildung mathematischer und physikalischer Begriffe verhält es sich ein wenig anders. Gleichseitige Dreiecke, Venn-Diagramme, Wurzeln, binomische Formeln und auch entsprechende Gegenbeispiele liegen und fliegen nicht überall herum. Wir Unterrichtende müssen sie in genügender Anzahl bereitstellen und dafür sorgen, dass die Schülerinnen und Schüler genügend oft damit in Berührung kommen<sup>1</sup>.

Begriff *Dreieck*

Beispiele	Gegenbeispiele
	

<sup>1</sup> Gleiches gilt natürlich auch für Vokabeln einer Fremdsprache. Es genügt nicht einmal zu erklären, dass *remplir* so viel heisst wie *füllen*. Man muss das Wort in vielen Sätzen und Beispielen angewendet haben.

Begriff *Würfel*

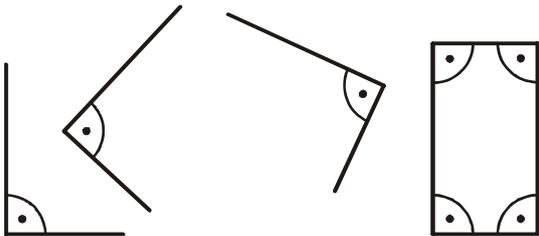
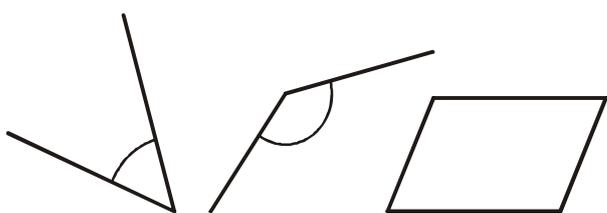
Beispiele	Gegenbeispiele
	

Begriffe dürfen **nicht zu eng** und **nicht zu weit** sein.

Versteht man unter einem Würfel nur die Spielwürfel, dann ist der Begriff zu eng. Man muss Beispiele bringen, was auch noch ein Würfel ist.

Wenn man eine Zündholzschachtel auch zu den Würfeln zählt, dann ist der Begriff zu weit. Hier helfen Gegenbeispiele.

Begriff *Rechter Winkel*

Beispiele	Gegenbeispiele
	

## 2. Namen (Symbole) für Begriffe

Ursula besucht die vierte Klasse der Primarschule und kommt eines Tages recht niedergeschlagen nach Hause. Sie hätten heute etwas gelernt wo sie gar nicht drausgekommen sei. Sie hätten den *rechten Winkel* gelernt.

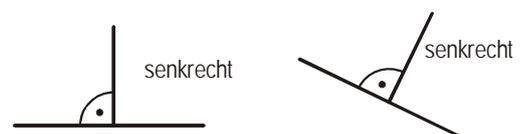
Es ging relativ lange bis ich herausgefunden hatte wo das Problem lag. Die alltagssprachliche Bedeutung des Wortes „rechts“ interferierte mit der mathematischen Bedeutung von *rechts* in *rechter Winkel*. Ursula war der Meinung, neben *rechten* Winkeln müsse es ja auch *linke* Winkel geben.

Ursula erzählt, der Lehrer hätte sie vor den grossen Schrank gestellt und gefragt, wo da ein rechter Winkel sei. Und Ursula hätte immer überlegt, ob das nun ein *rechter* oder ein *linker* Winkel sei. Schliesslich sei sie auch noch beschämt auf ihren Patz geschickt worden.

Der Lehrer hat richtigerweise versucht, den Kindern Beispiele von rechten Winkeln zu geben. Vielleicht hat er auch Gegenbeispiele gezeigt. Es ist ihm allerdings nicht in den Sinn gekommen, dass auch nach *links* weisende Winkel als *rechte Winkel* bezeichnet werden.

Ein ähnliches Problem tritt mit dem Begriff *senkrecht* bzw. mit der *Senkrechten* auf.

Für *senkrecht nach unten* verwendet man manchmal auch den Begriff *lotrecht* (allerdings scheint mir dies veraltet zu sein).



Sprachliche Symbole für Begriffe werden vielfach der Alltagssprache entnommen. Manche Begriffe haben im Alltag und in der Mathematik **gleiche Bedeutung**. Manche Begriffe erhalten in der Mathematik eine **neue Bedeutung** und müssen klar abgegrenzt werden. Manche Begriffe der Mathematik **kommen** in der Alltagssprache **nicht vor**.

Begriffe die in der Mathematik und in der Alltagssprache <b>gleiche Bedeutung</b> haben	Begriffe die in der Mathematik und in der Alltagssprache <b>unterschiedliche Bedeutung</b> haben	Begriffe die in der Alltagssprache <b>nicht vorkommen</b>
drei, sieben, Quadrat, Würfel, grösser als, kleiner als, ...	ist gleich, senkrecht, gerade, ungerade, Bruch, Wurzel, Potenz, Menge, Durchschnitt, Vereinigung, schneiden, ... <b>Physik:</b> Kraft, Energie, Arbeit, Leistung, Impuls, Feld, ...	addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren, kommutativ, distributiv, assoziativ, Gleichung, Kathete, Hypotenuse, ...

Manche Begriffe haben in gar unterschiedliche Bedeutung in verschiedenen Bereichen der Mathematik: *schneiden* in der Mengenlehre hat eine etwas andere Bedeutung als *schneiden* in der Geometrie.

Es gilt also, die Schülerinnen und Schüler darauf hinzuweisen, wenn ein Wort aus der Alltagssprache in der Mathematik oder Physik eine neue Bedeutung erhält. Und es ist wichtig, Worte die in der Alltagssprache nicht vorkommen (z. B. *assoziativ, kommutativ, distributiv*), möglichst häufig anzuwenden, bis sie den Schülerinnen und Schülern geläufig sind.

### 3. Mathematikprobleme versus Sprachprobleme

In der letzten Eintrittsprüfung in die Pädagogische Fachhochschule für Berufsleute wurde folgende Aufgabe gestellt:

*Das Fünffache der um 30 vermehrten Zahl ist um ebenso viel grösser als 175, wie das um 30 vermehrte Fünffache dieser Zahl kleiner als 158 ist. Wie gross ist die Zahl?*

Keine einfache Aufgabe. Die Hauptschwierigkeit war jedoch zu unterscheiden zwischen „das Fünffache der um 30 vermehrten Zahl“ und „das um 30 vermehrte Fünffache“ einer Zahl. Solche Formulierungen findet man kaum in der Alltagssprache, man findet sie lediglich in Mathematikbüchern. Formulierungen dieser Art müssen eingeübt werden.

Nehmen wir eine einfache Rechnung wie  $5 + 7 = 12$ .

Damit allein können die Kinder mit ganz vielen verschiedenen Fragestellungen konfrontiert werden:

Wie viel ist 5 plus 7?

Wie gross ist die Summe aus 5 und 7?

Wie viel ist 12 minus 7?

Wie gross ist die Differenz zwischen 12 und 5?

Um wie viel ist 12 grösser als 7?

Was erhält man, wenn man von 12 die Zahl 7 subtrahiert?

Welche Zahl vermehrt um 7 ergibt 12?

Welche Zahl addiert zu 5 ergibt 12?

Ich habe die Zahl 12 um eine gewisse Zahl vermindert und 5 erhalten. Um welche Zahl habe ich vermindert?

Unser Zahlensystem ist auch nicht gerade logisch konsistent aufgebaut. *Neunzehn* bedeutet nicht etwa *neun Zehner*, sondern *zehn plus neun*. Die Zehner werden mit der Endung *-zig* angezeigt, *neunzig* etwa. Die Bezeichnung *elf* für 11 und *zwölf* für 12 schlägt ganz aus der Reihe.

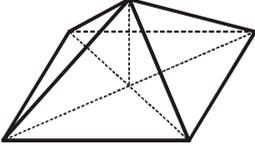
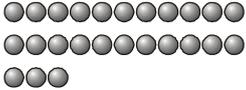
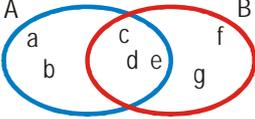
Erwähnt sei hier auch das Problem in der Art, wie wir im Deutschen Zahlen aussprechen:

Wir schreiben 347 und sagen dreihundert-sieben-und-vierzig.

Die englische Sprechweise kennt dieses Problem nicht: 347 ist threehundred-forty-seven.

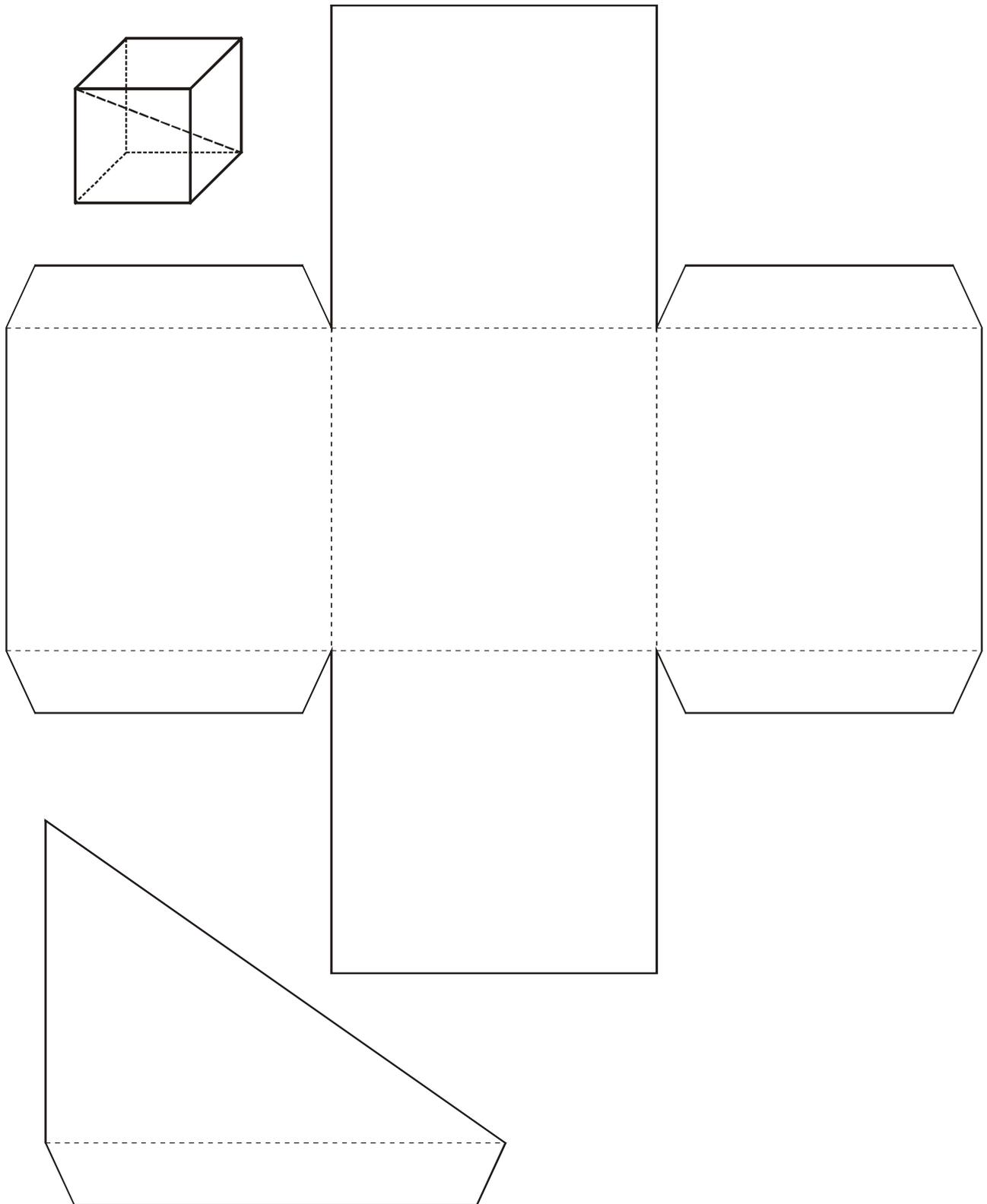
Dass die Verhältnisse im Französischen noch viel schlimmer sind, mag ein schwacher Trost sein. Man denke an *soixante-dix* für 70, *quatre-vingts* für 80 und *quatre-vingts dix-neuff* für 99.

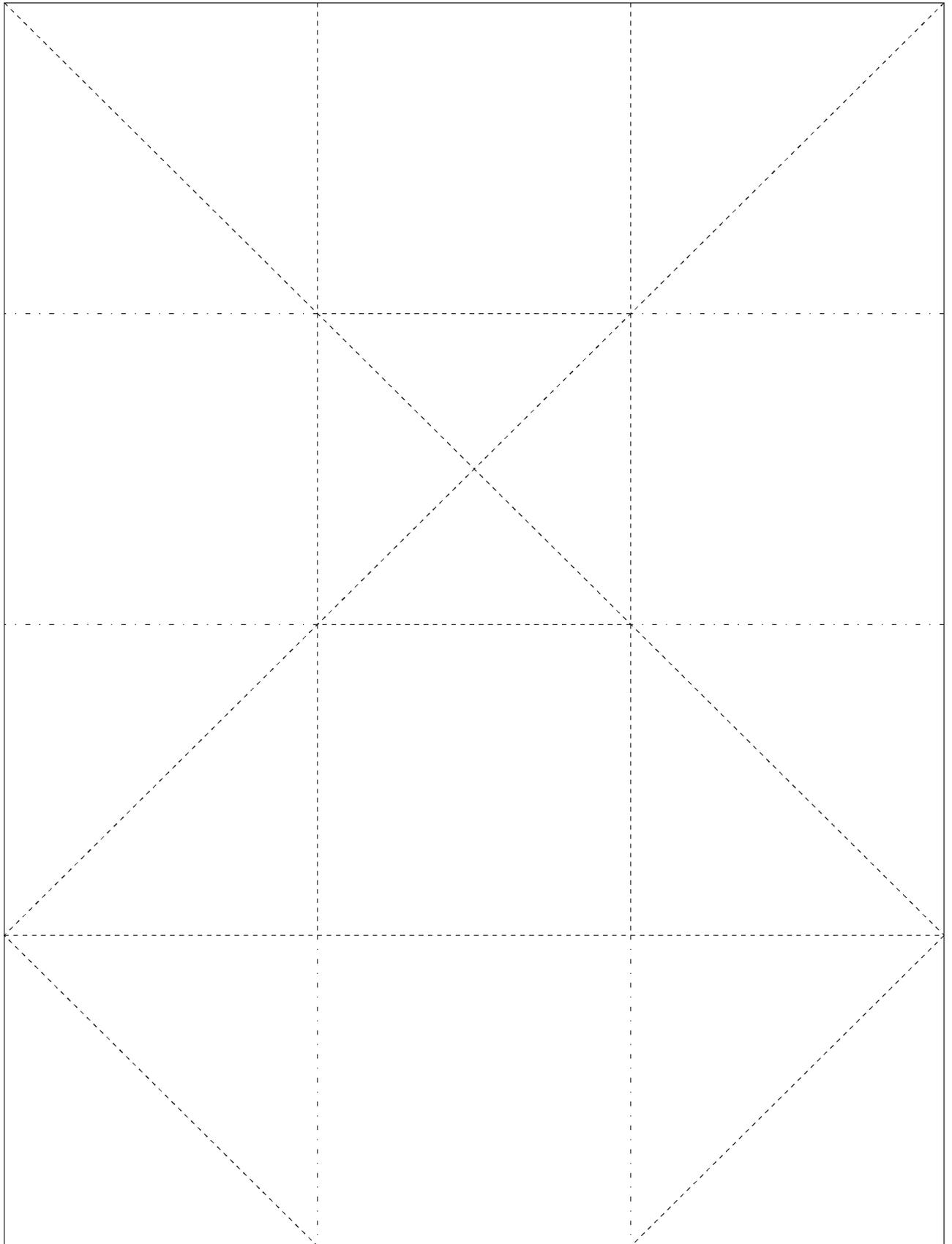
## 4. Repräsentationsformen

enaktiv	ikonisch	sprachlich symbolisch	mathematisch symbolisch
mit konkreten Dingen <b>handeln</b>	<b>bildliche Darstellung</b>	symbolische Darstellung	mathematische Symbole
eine Pyramide aus Papier herstellen		der Begriff „ <b>Pyramide</b> “	
23 Nüsse liegen am Tisch		zwei Zehner, drei Einer	die Zahl 23
konkrete Gegenstände sortieren		Unter dem <b>Durchschnitt</b> zweier Mengen versteht man jene Elemente, die zu A <b>und</b> zu B gehören.	$A = \{a, b, c, d, e\}$ $B = \{c, d, e, f, g\}$ $A \cap B = \{c, d, e\}$

### Körperdiagonale in einem Würfel

Die Schülerinnen und Schüler sollten selber ein Papiermodell herstellen.





- ausschneiden
- - - - - Talfalte
- · - · - Bergfalte